Numéroter les jours

Fiche Professeur

TS & SpéMath

Auteurs : Pierre Lapôtre & Raymond Moché

Objet de l'activité :

Numéroter les jours écrits dans l'ordre chronologique à partir du 1er mars 1700. Cette numérotation est un préalable à la solution de problèmes de la vie courante comme : quel jour êtes-vous né(e) ? combien y aura-t-il de vendredis 13 au 21ème siècle ? par quel jour commencera l'année 3000 ? *etc.* Ces applications sont traitées dans [3].

Commentaires :

1 - Activité algorithmique et de programmation, avec très peu de mathématiques. Dans la deuxième partie, on établit une formule de numérotation des jours valable à partir du 1er mars 1700, qui a son origine dans certains manuels de calculatrice programmable (cf. [1]). Cette partie est facile et plutôt ennuyante. Elle ne nécessite que quelques multiplications que l'on peut faire à la main. On y utilise la fonction « partie entière ».

2 - Les solutions sont proposées avec *scilab*, *Python* et la calculatrice *HP Prime*.

3 - Le même problème est traité dans l'activité [2] et a permis d'obtenir une autre fonction de numérotation des jours notée `Rang`. Les fonctions `Numero` de la présente activité et `Rang` sont interchangeables.

Niveau de difficulté : Facile. Activité peu attrayante.

Compétences engagées :
- Maîtrise des fonctions de base d'un logiciel de calcul (*scilab*, *Python* ou calculatrice),
- Fonction partie entière, division euclidienne.

Matériel utilisé :

Ordinateur équipé d'un logiciel de calcul (scilab, Python) ou autre ou calculatrice.

Durée indicative :
Fiche Élève à préparer à la maison, puis une heure en classe informatique.

Fichiers téléchargeables :

Pour les élèves :
- Fiche Élève (pdf),

Pour les professeurs :
- Fiche Professeur (pdf),

et l'un des fichiers suivants :
- Fichier `Numero.sci` (*scilab*),
- Fichier `Numero.py` (*Python*),
- Fichier `Numero.pdf` (calculatrice HP Prime, ce fichier devra être recopié).

Solution :

2.b - Si n et n' sont deux années telles que $1700 \leqslant n < n'$, $\text{bis}\,(n') - \text{bis}\,(n)$ est le nombre d'années bissextiles de $n+1$ à n'[1]. $\text{bis}\,(n) - \text{bis}\,(n-1)$ vaut donc 1 si n est une année bissextile, 0 sinon.

3 - Pour le 1er mars 1700, $j = 1$, $m = 3$, $a = 1700$. On peut faire le calcul à la main :

$$\begin{aligned} N\,(1,3,1700) &= 365.1700 + \left[\frac{1700}{4}\right] - \left[\frac{1700}{100}\right] + \left[\frac{1700}{400}\right] + 90 + [2.4] + 1 - 621004 \\ &= 1 \end{aligned}$$

4 - Le calcul peut se faire à la main :

$$\begin{aligned} N\,(1,2,a) - N\,(31,1,a) &= 30\cdot 2 + [2] + 1 - (30 + [1.4] + 31) \\ &= 1 \end{aligned}$$

1. n est une année bissextile si c'est un multiple de 4 sans être un multiple de 100 ou si c'est un multiple de 400, voir [4] et [5].

5 - Ce calcul se simplifie considérablement :

$$N\left(1,m+1,a\right)-N\left(31,m,a\right)=\left[\frac{6\left(m+2\right)}{10}\right]-\left[\frac{6\left(m+1\right)}{10}\right]$$

En donnant à m les valeurs 3, 5, 7, 8 et 10 successivement, on trouve à la main que dans tous les cas, $N\left(1,m+1,a\right)-N\left(31,m,a\right)=1$. Il reste à vérifier 6 changements de mois.

6 - Le calcul est analogue :

$$N\left(1,m+1,a\right)-N\left(30,m,a\right)=\left[\frac{6\left(m+2\right)}{10}\right]-\left[\frac{6\left(m+1\right)}{10}\right]+1$$

En donnant à m les valeurs 4, 6, 9 et 11 successivement, on trouve à la main que dans tous les cas, $N\left(1,m+1,a\right)-N\left(30,m,a\right)=1$. Il reste à vérifier 2 changements de mois.

7 - Les calculs se simplifient encore :

$$N\left(1,3,a\right)-N\left(28,2,a\right)=\mathrm{bis}\left(a\right)-\mathrm{bis}\left(a-1\right)+1=1$$

d'après la question **2.b**, car a n'est pas une année bissextile.

8 - Les calculs sont analogues. On obtient

$$N\left(1,3,a\right)-N\left(29,2,a\right)=\mathrm{bis}\left(a\right)-\mathrm{bis}\left(a-1\right)=1$$

d'après la question **2.b**, car a est une année bissextile.

9 - Il reste à traiter le changement d'année. Un calcul facile conduit à :

$$N\left(1,1,a+1\right)-N\left(31,12,a\right)=1$$

10 - Tous les cas ont maintenant été examinés. On conclut que la fonction $(j,m,a)\longrightarrow N\left(j,m,a\right)$ compte bien les jours successifs à partir du 1$^{\text{er}}$ mars 1700.

11.a - Télécharger le fichier ad hoc.

11.b - N(1,1,3000)=474757, N(1,1,3001)=475122. La différence est 365 parce que 3000 n'est pas une année bissextile.

Pour aller plus loin :

Cette activité manque bien sûr d'applications. Comme on l'a déjà dit, celles-ci font l'objet de l'activité [3]. Dans cette application on admet dès le départ que la fonction `Numero`, qui est donnée, numérote bien les jours à partir du 1$^{\text{er}}$ mars 1700. Dans l'activité [2], on définit une fonction `Rang` qui est équivalente à `Numero`.

Références

[1] Manuel d'applications HP33-E (1979)

[2] *Énumérer les jours*, activité, Pierre Lapôtre & Raymond Moché
http://gradus-ad-mathematicam.fr/TSSpecialiteMaths1.htm

[3] *Vendredis 13*, activité, Pierre Lapôtre & Raymond Moché
http://gradus-ad-mathematicam.fr/TSSpecialiteMaths1.htm

[4] http://fr.wikipedia.org/wiki/Année_bissextile

[5] http://fr.wikipedia.org/wiki/Calendrier_perpétuel