



# Numéroter les jours

Fiche Élève

TS  
&  
SpéMath

On cherche une formule qui permettrait de numéroter les jours écrits dans l'ordre chronologique à partir du 1<sup>er</sup> mars 1700.

## Première partie : Questions auxiliaires

1 -  $[x]$  désignant la partie entière de tout réel  $x$ , démontrer que pour tout entier  $n$ ,

$$[x + n] = n + [x] \quad (1)$$

2 - Pour tout entier  $n \geq 1$ , on note  $\text{bis}(n)$  le nombre des entiers de 1 à  $n$  qui sont multiples de 4 sans être multiples de 100 ou qui sont multiples de 400.

2.a - Démontrer que

$$\text{bis}(n) = \left[ \frac{n}{4} \right] - \left[ \frac{n}{100} \right] + \left[ \frac{n}{400} \right] \quad (2)$$

2.b -  $n$  étant une année du calendrier actuel, combien peut valoir  $\text{bis}(n) - \text{bis}(n-1)$  ? pour quelles valeurs de  $n$  ?

## Deuxième partie : Numérotation des jours depuis le 1<sup>er</sup> mars 1700

À toute date  $d = (j, m, a)$  où  $j$  peut varier de 1 à 28, 29, 30 ou 31, où  $m$  varie de 1 à 12 et où  $a \geq 1700$ , on associe le nombre  $N(j, m, a)$  ainsi défini, sachant que  $[x]$  désigne la partie entière de  $x$  :

• si  $m \leq 2$ ,

$$N(j, m, a) = 365(a-1) + \text{bis}(a-1) + 30m + [0.6m + 0.8] + j - 620637 \quad (3)$$

• si  $m \geq 3$ ,

$$N(j, m, a) = 365a + \text{bis}(a) + 30 \cdot m + [0.6m + 0.6] + j - 621004 \quad (4)$$

3 - Calculer  $N(1, 3, 1700)$ .

Nous allons maintenant vérifier que la fonction  $N$  fournit un procédé de numérotation des jours à compter du 1<sup>er</sup> mars 1700. Compte tenu de la question 3, il s'agit de vérifier que si  $(j, m, a)$  et  $(j', m', a')$  sont deux jours consécutifs,

$$N(j', m', a') - N(j, m, a) = 1 \quad (5)$$

C'est évident s'il s'agit de 2 jours d'un même mois. Par exemple,  $N(1, 31, 1700) = 31$  d'après 3. Passons aux 12 changements de mois.

4 - Calculer  $N(1, 2, a) - N(31, 1, a)$  (passage de janvier à février pendant l'année  $a \geq 1700$ ).

5 - Calculer  $N(1, m+1, a) - N(31, m, a)$  lorsque  $m = 3, 5, 7, 8, 10$  (passage d'un mois de 31 jours, sauf janvier, au mois suivant).

6 - Calculer  $N(1, m+1, a) - N(30, m, a)$  lorsque  $m = 4, 6, 9, 11$  (passage d'un mois de 30 jours au mois suivant).

7 - Calculer  $N(1, 3, a) - N(28, 2, a)$  (passage de février à mars une année non-bissextile).

8 - Calculer  $N(1, 3, a) - N(29, 2, a)$  (passage de février à mars une année bissextile).

**9** - Calculer  $N(1, 1, a + 1) - N(31, 12, a)$  (changement d'année).

**10** - Conclure.

**11.a** - Traduire la fonction  $(j, m, a) \longrightarrow N(j, m, a)$  par un algorithme exécutable par un logiciel de calcul ou une calculatrice programmable.

**11.b** - Calculer  $N(1, 1, 3000)$ ,  $N(1, 1, 3001)$ .

