



Somme de valeurs absolues

1^{ère}S

Fiche Élève

Auteurs : PL & RM

On considère la fonction φ définie sur $[0 ; 6]$ par :

$$\varphi(x) = |x - 1| + |x - 2| + |x - 3| + |x - 4| + |x - 5| \text{ pour tout } x \in [0 ; 6]$$

1. Exprimer $\varphi(x)$ sans les barres de valeurs absolues selon la position de x par rapport aux nombres 1, 2, 3, 4 et 5.
2. Montrer que pour tout $x \in [0 ; 6]$, $\varphi(6 - x) = \varphi(x)$.
3. On appelle \mathcal{C} , la courbe représentative de φ dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unités : 2 cm sur l'axe des abscisses, 1 cm sur l'axe des ordonnées).
Pour $x \in [0 ; 6]$, que peut-on dire des points M et M' de \mathcal{C} d'abscisses respectives x et $6 - x$?
En déduire une propriété géométrique de la courbe \mathcal{C} .
4. **a.** Donner le tableau de variation de φ sur $[0 ; 6]$.
b. Préciser son minimum β , en quelle valeur α de la variable est-il atteint?
c. Trouver une fonction polynôme du second degré P qui admette en α un minimum égal à β et telle que $P(0) = \varphi(0)$.
Soit \mathcal{P} sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
5. Dresser la table de valeurs de P et celle de φ pour x allant de 0 à 6 avec un pas de 1. En déduire les coordonnées des points communs à \mathcal{C} et \mathcal{P} .
6. Dresser la table de valeurs de la fonction P' , dérivée de P , pour x allant de 0,5 à 5,5 avec un pas de 1.
En déduire une propriété remarquable des tangentes à \mathcal{P} en ces points.
7. Donner les représentations graphiques de \mathcal{C} et \mathcal{P} .

