Records

Fiche Professeur

Seconde

Auteur : Raymond Moché

But de l'activité : Calcul des probabilités Calculer la probabilité pour que, lorsqu'on lance 3 dés numérotés, le nombre de records du triplet obtenu soit 1, 2, 3.

Objectifs visés :

• étudier et modéliser une expérience relevant de l'équiprobabilité,

• interpréter des événements de manière ensembliste,

• mener à bien des calculs de probabilité.

Niveau de difficulté de l'activité : Correct.

• Dénombrement de la question **3.a**. Il faut être capable de dire combien on peut ranger de bouteilles dans un casier à bouteilles qui comprend 3 rangées de 4 emplacements (réponse : 12).

• Dénombrement de la question **3.b**. Il faut être capable de dire que si on a 5 bouteilles de bordeaux, 5 de bourgogne et 6 de rosé de Provence, on a en tout 16 bouteilles de vin.

• Cette activité ne comprend pas d'algorithmique mais peut évidemment être prolongée dans cette direction, voir ci-dessous la rubrique **Pour aller plus loin**.

Mots-clefs :

Description de l'ensemble des résultats possibles, interprétation ensembliste des événements, événements incompatibles (disjoints), équiprobabilité, probabilité d'un événement dans le cas équiprobable, additivité de la probabilité (la probabilité de la réunion de deux événements disjoints est la somme de leurs probabilités), probabilité du complémentaire d'un événement.

Sources : L'idée de cette activité provient d'un document posté par une collègue sur la liste de diffusion de « scilab pour les lycées ». La définition des records et le début de l'énoncé proviennent directement de ce texte.

Durée indicative : 1 heure en classe.

Documents utiles à télécharger :

- Fiche élève (pdf)

- Fiche Professeur (pdf)

- Fichiers `liste_records.sci` et `3des.sce` (*scilab*).

Solution :

1 - La liste des records de L est $(5, 10, 11, 15, 20, 21)$.

2 - « $R = 1$ » est réalisé par le triplet $(1, 1, 1)$, « $R = 2$ » par le triplet $(1, 2, 1)$ (par exemple), « $R = 3$ » par le triplet $(1, 2, 3)$ (par exemple).

3.a - Si on veut compter combien de triplets réalisent l'événement « $R = 1$ » et commencent par i ($1 \leqslant i \leqslant 6$), on les fabrique tous et on les compte. Les seules conditions sur j et k sont $1 \leqslant j, k \leqslant i$. Il y a donc i choix pour j et pour k, donc i^2 triplets commençant par i et réalisant « $R = 1$ ».

3.b - Les ensembles de triplets réalisant l'événement « $R = 1$ » et commençant par 1, par 2, ..., par 6 sont 6 ensembles séparés au sens vulgaire du terme, c'est à dire deux à deux disjoints, en termes de théorie des ensembles. Le nombre total de ces triplets est la somme des effectifs de ces 6 ensembles, soit $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2$.

3.c - Tous les triplets ou éléments de Ω sont équiprobables, de probabilité $\frac{1}{216}\cdot$ Par conséquent, pour calculer $P(R=1)$, on applique la formule $\dfrac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$, ce qui donne le résultat annoncé.

Remarque : on peut appliquer la formule $1^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, mais c'est inutile.

4 - L'événement « R=3 » est réalisé par les triplets suivants :

(1,2,3) (1,2,4) (1,2,5) (1,2,6) (1,3,4) (1,3,5) (1,3,6) (1,4,5) (1,4,6) (1,5,6)
(2,3,4) (2,3,5) (2,3,6) (2,4,5) (2,4,6) (2,5,6) (3,4,5) (3,4,6) (3,5,6) (4,5,6)

Il y a donc 20 cas favorables à la réalisation de l'événement « R=3 » et 216 cas possibles. Sa probabilité est donc $\dfrac{20}{216}$.

5 - Les événements « $R=1$ » et « $R=3$ » étant incompatibles (disjoints), la probabilité de leur réunion est la somme de leurs probabilité, soit

$$P\left((R=1)\cup(R=3)\right)=P(R=1)+P(R=3)=\frac{91}{216}+\frac{20}{216}=\frac{111}{216}=\frac{37}{72}.$$

6 - L'événement « R=2 » est le complémentaire de la réunion précédente. Sa probabilité est donc $1-\dfrac{37}{72}=\dfrac{35}{72}$.

Pour aller plus loin :

• Le professeur sera peut-être tenté par une application algorithmique, par exemple définir une fonction qui à toute liste de nombres associe le nombre de ses records. Voici un fonction *scilab* qui joue ce rôle et qui colle à la définition des records :

```
function NR=nombre_records(L)
    NR=1;
    n=taille(L);
    for i=2:n
        a=max(L(1:i-1));
        if a<L(i) then
            NR=NR+1;
        end
    end
endfunction
```

On peut ainsi répondre à la question **1** :

```
-->exec('Chemin␣de␣la␣fonction␣nombre_records.sci', -1)
-->nombre_records([5,10,11,4,8,15,20,12,21,6,12,21,6,12,5,15,18])
 ans  =
    6.
-->
```

• On peut légèrement compliquer la question précédente en demandant la liste des records, puis sa longueur.

• Les fichiers téléchargeables `liste_records.sci` et `3des.sce` (charger d'abord le premier dans la console *scilab*) fournissent une solution algorithmique complète du sujet de cette activité.