3 boules : calculs de lois

1S

Fiche professeur

Auteur : Raymond Moché

Calcul des probabilités : On tire simultanément 3 boules parmi 6 boules numérotées de 1 à 6 - ce qui introduit un modèle équiprobable - et on s'intéresse à la loi du minimum des numéros tirés ainsi qu'à la loi de la somme des 2 autres. L'accent est mis sur la conception d'un événement comme partie de l'ensemble des résultats possibles. L'usage d'un tableur est bien adapté à ce sujet. Les classeurs proposés sont écrits pour « Calc »(.ods). Le travail serait identique avec « Excel ».

Niveau de difficulté : Facile, mis à part la grande difficulté conceptuelle abordée en cours, qui consiste à identifier tout événement à une partie de l'ensemble des résultats possibles.

Compétences engagées :
- ✓ Variable aléatoire.
- ✓ Loi d'une variable aléatoire (définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini).
- ✓ Modéliser une expérience aléatoire relevant de l'équiprobabilité.
- ✓ Interpréter des événements de manière ensembliste.

Matériels utilisés : Ordinateurs munis de la suite bureautique d'« OpenOffice » - logiciel libre - dont on utilise le tableur « Calc ».

Durée indicative : 1 heure.

Documents utiles à télécharger :
- ✓ Fiche Élève (pdf)
- ✓ Fiche Professeur (pdf)
- ✓ Fichier « 3Boules »(ods), qui est le classeur de travail des élèves pour les 3 premières parties et, éventuellement, « 3BoulesProf », qui est un corrigé.

Déroulement de la séance :
Se laisser guider par la « Fiche Élève ». La solution peut être rédigée directement dans le classeur, à l'exception de la quatrième partie.

Solution :

Première partie : Voir le classeur « 3BoulesProf ». Tout le monde conviendra que les différentes issues sont équiprobables. On choisit donc le modèle équiprobable. Comme il y a 20 issues, chacune a la probabilité $\frac{1}{20}$ de sortir.
Lancer 3 dés est une expérience aléatoire différente parce que dans ce cas, (1,1,1), par exemple, est un résultat possible alors que l'on ne peut pas tirer plusieurs boules numéro 1, puisqu'il n'y en a qu'une seule. Par contre, l'expérience aléatoire qui consiste à tirer 3 boules successivement avec remise est identique au lancer de 3 dés.

Deuxième partie : Voir le classeur « 3BoulesProf ». Il suffit de regarder la plage A3 : A22. Comme 1 y figure 10 fois, il y a 10 cas favorables à l'événement $(X = 1)$. Sa probabilité est donc $\frac{10}{20} = 0{,}5$ d'après la formule de Laplace

$$\frac{\text{Nombres de cas favorables}}{\text{Nombres de cas possibles}}.$$

On traite de même les événements $(X = 2)$, $(X = 3)$ et $(X = 4)$.

Troisième partie : Voir le classeur « 3BoulesProf ». On insiste dans cette partie sur la conception d'un événement comme une partie de Ω.

6 - Un peu de réflexion montre que U prend les valeurs 5, 6, 7, 8, 9, 10 et 11.

7.a - $P(U = 5) = \frac{1}{20} = 0{,}05$.

7.b - $(U = 8) = \{(1{,}2{,}6), (1{,}3{,}5), (2{,}3{,}5)\}$; $P(U = 8) = \frac{3}{20} = 0{,}15$.

7.c - En D3, on saisit la formule « =B3+C3 » ; on l'exécute et on la déroule jusqu'en D22. Il suffit ensuite de lire la plage D3 : D22.

Quatrième partie (s'il reste du temps) : On insiste sur la notion d'événement considéré comme une partie de Ω.

8 - $A = \{(1,2,3), (2,3,4), (3,4,5), (4,5,6)\}$; $P(A) = \dfrac{4}{20} = 0{,}2$.

9 - $B = \{(1,2,6), (1,3,6), (1,4,6), (1,5,6)\}$; $P(B) = \dfrac{4}{20} = 0{,}2$.

Commentaires : Les diagrammes en bâton représentant les lois de X et de U ne servent pas ici à grand chose. On pourrait calculer les moyennes et variances de X et U, ce qui ne servirait pas non plus à grand chose.