



3 boules : calculs de lois

1S

Fiche élève

Auteur : RM

Dans une urne se trouvent 6 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 6. On plonge la main dans l'urne, on touille et on en retire trois boules au hasard. On appelle X , Y et Z les variables aléatoires dont les valeurs sont respectivement le plus petit numéro x des boules tirées, le numéro intermédiaire y et le plus grand des numéros z . Notre but est essentiellement d'étudier les lois des variables aléatoires X et $U = Y + Z$.

Première partie : modélisation du jeu

Le résultat d'un tirage sera simplement noté (x, y, z) . L'ensemble des résultats possibles Ω est donc l'ensemble des triplets de ce type, soit

$$\Omega = \{(x, y, z); 1 \leq x < y < z \leq 6\} \quad (1)$$

1 - Ouvrir le classeur « 3Boules ». On a commencé la liste des éléments de Ω sur la page A3 : C17. Terminer cette liste. Combien y a-t-il de résultats possibles ?

2 - Quelle est la probabilité de tirer $(1, 2, 3)$? $(1, 4, 6)$? une issue quelconque ? Conclure.

3 - L'expérience aléatoire proposée est-elle identique, du point de vue probabiliste, à l'expérience qui consiste à jeter 3 dés équilibrés sur un plateau et à noter les 3 chiffres sortis ?

Deuxième partie : loi de X

4 - Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

5 - Déterminer la loi de X en remplissant le tableau « Loi de X » du classeur. Le diagramme correspondant apparaît automatiquement.

Troisième partie : loi de U

6 - Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire U ?

7 - Pour déterminer la loi de U , on pourrait commencer par déterminer les ensembles $(U = 5)$, $(U = 6)$, *etc.* Ceci est un peu fastidieux.

7.a - À titre d'exemple, vérifier que

$$(U = 5) = \{(1, 2, 3)\} \quad (\text{ensemble réduit à l'élément } (1, 2, 3)).$$

Quelle est sa probabilité ?

7.b - Écrire de même l'événement $(U = 8)$ comme une partie de l'ensemble Ω . Quelle est sa probabilité ?

7.c - Calculer les valeurs prises par U pour chacune des issues du tirage de boules, sur la page D3 : D22. En déduire la loi de U et remplir le tableau « Loi de U » du classeur. Le diagramme correspondant apparaît automatiquement.

Quatrième partie : Probabilités de quelques événements

8 - Quelle est la probabilité de l'événement A :

« Les numéros des boules tirées sont 3 entiers consécutifs » ?

9 - Quelle est la probabilité de l'événement B :

« L'écart $Z - X$ entre le plus petit et le plus grand des numéros tirés est maximum » ?

