



Proportionnalités dans le triangle

3^{ème}
Seconde

Fiche Élève

Auteur : RM

Soit ABC un triangle. On coupe le côté AB par une droite (d) parallèle à BC . On obtient la figure suivante :

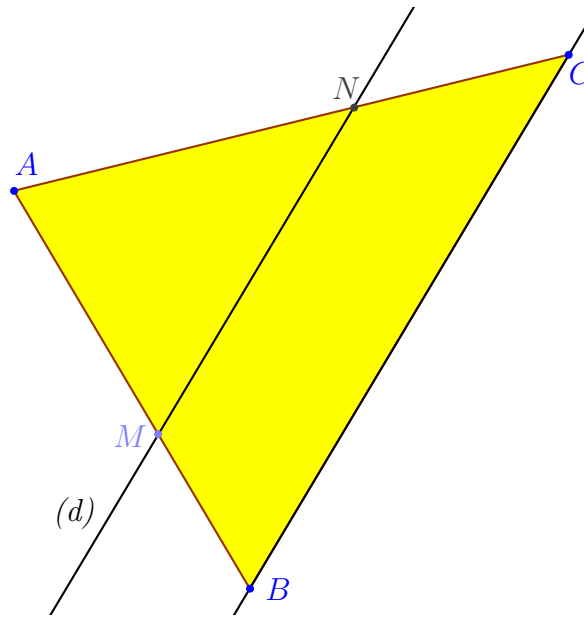


Figure 1

On sait, d'après le théorème de Thalès, que

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad (1)$$

On appellera p la valeur commune de ces quotients. La figure (1) présente d'autres cas de proportionnalité, que nous allons examiner :

1 - Démontrer que

$$\frac{MB}{AB} = \frac{NC}{AC} = q \quad (2)$$

et exprimer q en fonction de p .

Indications :

- ✓ $MB = AB - AM = AB - p \cdot AB = (1 - p)AB$.
- ✓ Écrire les égalités analogues concernant NC .

2 - Démontrer que

$$\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NC} = r \quad (3)$$

et exprimer r en fonction de p .

3 - À l'aide de « GeoGebra », réaliser la figure (2) comme suit :

- ✓ tracer un triangle ABC
- ✓ sur la droite (d) portant le côté BC , choisir un point D extérieur à BC
- ✓ tracer une droite (d_1) passant par D et coupant les côtés AB et AC du triangle en des points notés respectivement E et F
- ✓ tracer la droite (d_2) passant par B qui est parallèle à (d_1) ; on appelle G son point d'intersection avec AC .

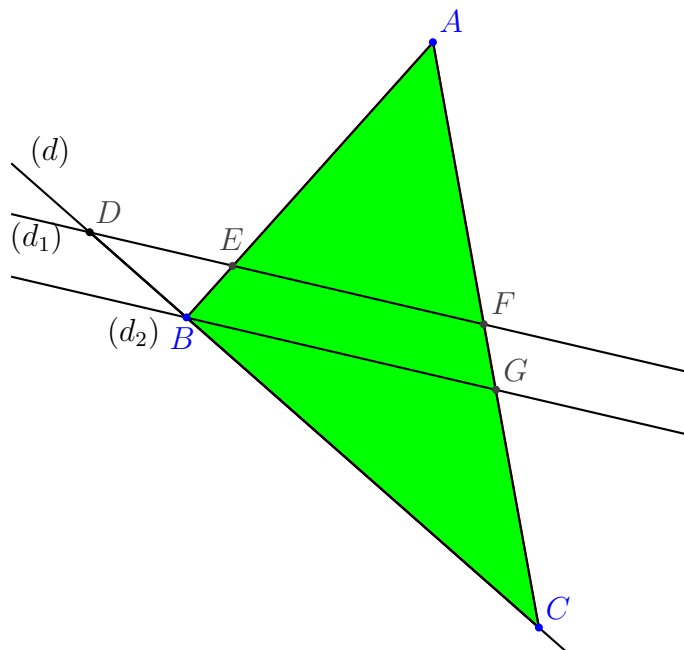


Figure 2

3.a - À l'aide de « GeoGebra », calculer le nombre

$$x = \frac{EA}{EB} \cdot \frac{FC}{FA} \cdot \frac{DB}{DC} \quad (4)$$

3.b - Déplacer un ou plusieurs des points libres A , B ou C . Que constate-t-on ? Quelle conjecture peut-on faire ?

4 - Démontrer cette conjecture à l'aide des égalités (2) et (3) et de triangles bien choisis.

Indications

- ✓ Quelle égalité et quel triangle permettent de démontrer que $\frac{DB}{DC} = \frac{FG}{FC}$?
- ✓ De même, quelle égalité et quel triangle permettent de démontrer que $\frac{EB}{EA} = \frac{FG}{FA}$?
- ✓ Conclure.

