



Tirer un point au hasard dans un triangle

TS &
ES

Fiche professeur

Auteur : Raymond Moché

But de l'activité : *Écrire un algorithme avec une boucle « tant que »* pour engendrer N points au hasard dans un triangle. L'utilisation d'une telle boucle est imposée par la fluctuation d'échantillonnage qui empêche de prévoir combien de points tombent dans le triangle quand on engendre n points dans un rectangle le contenant.

Mots-clefs : Probabilités : loi uniforme sur un intervalle, un rectangle; algorithmique : boucle « tant que ».

Niveau : normal.

Compétences :

- ✓ Algorithmique (principalement) : connaissances de base sur « scilab » ou un logiciel équivalent, boucles « tant que ».
- ✓ Calcul des probabilités (secondairement) : fluctuation d'échantillonnage, loi des grands nombres, loi uniforme sur $[0, 1]$.

Pré-requis :

- ✓ Savoir charger et exécuter un algorithme « scilab ».

Matériels utilisés :

- ✓ Salle informatique.

Durée indicative : 1 heure.

Noms des logiciels utilisés : « scilab » ou un logiciel équivalent.

Documents utiles à télécharger :

- ✓ Fiches « Élève » et « Professeur » (pdf).
- ✓ Algorithme « Démonstration ».
- ✓ Algorithme « Algo » pour les professeurs.

Déroulement de la séance : Cette activité est conçue comme une activité d'algorithmique : l'utilisation d'une boucle « tant que » s'impose quand on veut engendrer au hasard N (donné) points dans un triangle. Ce problème de Calcul des probabilités sert de prétexte. On admet comment on engendre les points au hasard. La description du procédé fait l'objet de **I.1**. On admet tout et on exécute l'algorithme « Démonstration » qui montre comment ça marche.

I.2 - En répétant l'exécution de cet algorithme durant lequel on tire 1000 points dans un rectangle de côtés parallèles aux axes, nous avons obtenu successivement 501, 503, 500, 512, 496 points au hasard dans le triangle ABC. On constate que le nombre de points obtenus varie, à cause de la fluctuation d'échantillonnage. On ne peut pas prévoir le nombre de points au hasard dans le triangle que l'algorithme fournit, ce qui introduit la deuxième partie.

II.1 - Voir l'algorithme « Algo ». Une partie de l'algorithme précédent est ré-utilisable, si bien que le travail proposé aux élèves ne sera pas long s'ils ont une pratique raisonnable de « scilab » ou du logiciel utilisé.

II.2 - En exécutant plusieurs fois l'algorithme « Algo », nous avons en fait tiré successivement 2022, 1929, 1966, 2034 et 2030 points au hasard dans le rectangle. Ces nombres sont en fait les fréquences de réalisation de l'événement « Le point tiré au hasard dans le rectangle appartient au triangle » après 2022, puis 1929, etc, répétitions de cette expérience. La probabilité de cet événement est le rapport de l'aire du triangle sur l'aire du rectangle, soit $\frac{1}{2}$. La loi des grands nombres explique à l'emporte-pièce pourquoi les nombres de points qu'il a fallu tirer dans le rectangle sont voisins de 2000.

Pour aller plus loin : Cette activité est assez proche de « Calcul approché d'une aire par la méthode de Monte-Carlo » :

<http://gradus-ad-mathematicam.fr/TSProbaStat2.htm>

Références

1. Livret de présentation de « scilab pour les lycées »

<http://www.scilab.org/education/lycee/docs>