

Tirer un point au hasard dans un triangle

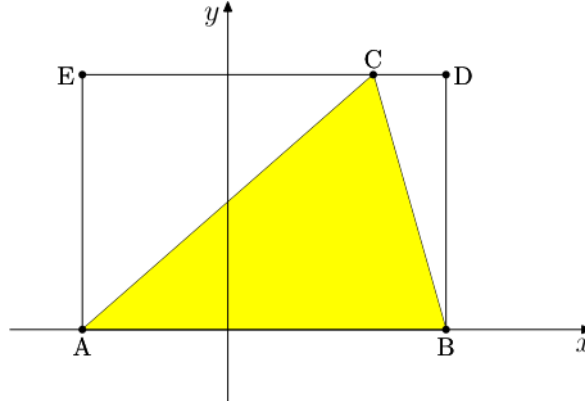
Fiche Élève

Auteur : RM

On désire tirer des points au hasard dans un triangle ABC , hasard étant pris au sens vulgaire, qui sera précisé ci-dessous. Pour simplifier, on suppose que A , B et C sont les points de coordonnées $(a, 0)$, $(b, 0)$ et $(0, h)$ tels que :

$$a < c < b, \quad h > 0$$

c'est à dire que le triangle ABC est ainsi disposé dans le plan rapporté à un repère orthonormé :



On a inscrit ABC dans un rectangle $ABDEA$, D et E étant les points de coordonnées (b, h) et (a, h) . Nous allons engendrer des points au hasard dans le rectangle, puis nous ne conserverons que ceux qui se trouvent dans le triangle : ces points seront des points tirés au hasard dans le triangle.

Notre objectif est d'écrire un algorithme qui produit N points tirés au hasard dans le triangle, N étant un nombre donné à l'avance (par exemple, $N = 1000$).

I - Première partie : Exécution de l'algorithme « Démonstration »

I.1 - Exécuter l'algorithme « Démonstration ».

Explications : Un point M de coordonnées x et y est un point au hasard (suivant la loi uniforme) dans le rectangle $ABDEA$ si x et y sont des nombres aléatoires indépendants suivant respectivement la loi uniforme sur l'intervalle $[a, b]$ et sur l'intervalle $[0, h]$. Si on veut tirer n points indépendants au hasard dans ce rectangle, on tire donc n nombres suivant la première loi, n nombres suivant la deuxième loi, en utilisant $2n$ fois la fonction « rand ». Cette fonction assure les contraintes d'indépendance requises.

« Démonstration » produit 10 points tirés au hasard sur le rectangle (graphe n°1), puis ajoute 90 autres points tirés au hasard de la même façon, en conservant les 10 premiers (graphe n°2) et enfin ajoute 900 nouveaux points aux 100 déjà tirés (graphe n°3). Finalement, « Démonstration » efface ceux des 1000 points qui ne sont pas dans le triangle (graphe n°4) et affiche le nombre des points restants, qui sont ceux qui nous intéressent.

I.2 - Exécuter plusieurs fois « Démonstration ». Que constate-t-on ?

II - Deuxième partie : Génération de N points tirés au hasard dans le triangle

N étant un nombre donné à l'avance, on a vu dans la première partie que l'algorithme « Démonstration » ne permet pas de tirer exactement N points au hasard dans le triangle.

II.1 - Trouver un algorithme qui réalise ce travail et qui indique combien de points ont dû être tirés au hasard dans le rectangle.

II.1 - Exécuter plusieurs fois cet algorithme. Que constate-t-on ? Commenter.

