4	1	5
3	8	1
7	5	7

Fabriquer une table de chiffres au hasard avec un dé

3e

Fiche élève

Auteur : Raymond Moché

Il n'y a pas si longtemps, il était difficile de fabriquer des nombres au hasard. En effet, il était très long d'en obtenir expérimentalement, la simulation n'était pas au point, les ordinateurs étaient rares. Aussi publiait-on des « tables de nombres au hasard ».

Voici le début d'une table publiée en 1973. Elle se composait de 3 pages et de 5000 chiffres au hasard, groupés en 50 colonnes et 100 lignes. Avant d'être tirés, tous les nombres qui y figurent avaient la probabilité 1/10 de sortir et les tirages étaient indépendants. On peut supposer qu'elle a été fabriquée comme suit : on met 10 boules identiques au toucher et numérotées de 0 à 9 dans un sac opaque, on touille, on en tire une au hasard, on note son numéro, on la remet dans le sac, puis on recommence ces opérations 4999 fois. Touiller les boules avant chaque tirage permet d'affirmer que l'on se remet bien dans les mêmes conditions qu'au premier tirage (on répète donc bien la même expérience aléatoire) et que les tirages successifs sont indépendants les uns des autres.

	5	10	15
	13407	62899	78937
	50230	63237	94083
	84980	62458	09703
	22116	33646	17545
5	68645	15068	56898
	26518	39122	96561
	36493	41666	27871
	77402	12994	59892
	83679	97154	40341
10	71802	39356	02981
	57494	72484	22676
	73364	38416	93128
	14499	83965	75403
	40747	03084	07734
15	42237	59122	92855

Comment utilise-t-on une table de chiffres au hasard ?

On choisit <u>d'avance</u> un parcours sur la table tenant compte du nombre de chiffres dont on a besoin. Le plus simple est de parcourir la table de haut en bas et de gauche à droite (1ère colonne, 2ème colonne, etc). *Tout parcours convient à condition qu'il ne repasse pas 2 fois par le même point* (auquel cas la condition d'indépendance des tirages n'est pas respectée). <u>Pour cette raison</u>, on prend les précautions suivantes :

- Si après avoir prélevé des chiffres dans la table, on a besoin d'une nouvelle série de chiffres au hasard, on choisira un nouveau parcours évitant le premier (pas de point commun).
- Si on veut prélever plus de chiffres que la table en contient, on terminera le prélèvement à l'aide d'une autre table de chiffres au hasard.
- Le parcours de lecture doit être choisi avant de regarder la table. En effet, si on choisissait ce parcours au fur et à mesure, on pourrait être influencé par les chiffres déjà prélevés.

I - Expérimentation

L'objectif est de fabriquer une table de 100 chiffres au hasard (10 lignes et 10 colonnes) à l'aide d'un dé. Pour cela, nous allons d'abord commencer par fabriquer expérimentalement un tableau à 10 colonnes avec les nombres 0, 1, ... 35 tirés indépendamment les uns des autres avec la même probabilité.

I.1 - Quelle devra être la valeur de cette probabilité commune (sous forme de fraction) ?

I.2 - Tout nombre n entre 0 et 35 s'écrit d'une manière unique sous la forme

$$n = 6 \cdot q + r$$

q et r valant 0, 1, 2, 3, 4 ou 5 suivant la valeur de n : c'est l'égalité de la division de n par 6 (q est le quotient, r le reste). Par exemple, si n = 27, q = 4, r = 3 ; si n = 0, q = r = 0 ; si q = 35, q = r = 5.

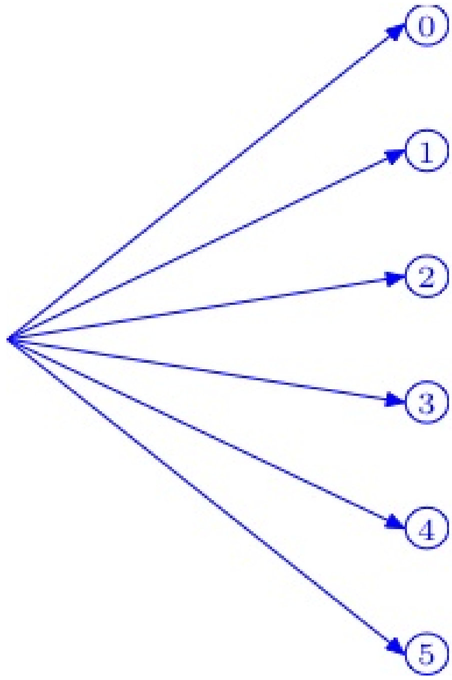
Pour engendrer n au hasard, nous allons engendrer q et r au hasard.

Lançons le dé une première fois et décidons que r est le numéro sorti moins 1(si 1 sort, $r = 0$, si 5 sort, $r = 4$). C'est donc un nombre qui vaut 0, 1, ... ou 5. Puis relançons le dé une nouvelle fois et décidons de même que q est le numéro sorti (à ce deuxième lancer) moins 1. Calculons $n = 6 \cdot q+r$. C'est un nombre engendré au hasard à la suite des lancers successifs de deux dés.

Engendrer expérimentalement de cette manière 10 nombres entre 0 et 35 et remplissez le tableau suivant :

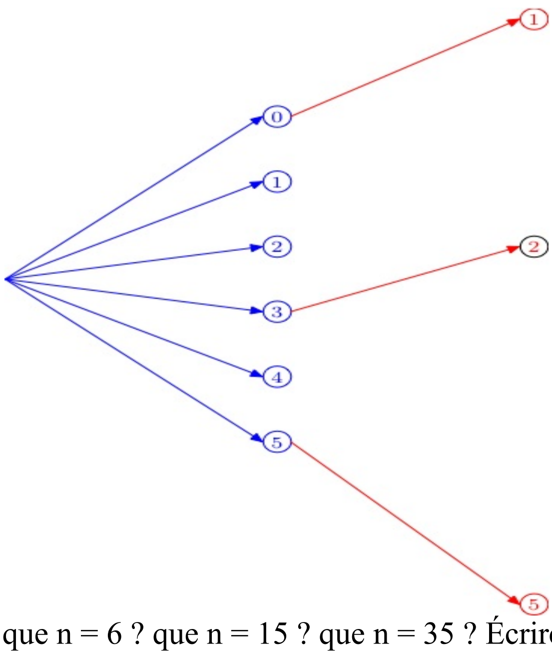
Tableau 1

I.3.a – Nous allons démontrer que les nombres 0, 1, ..., 35 avaient tous la probabilité 1/36 d'être tirés, avant le lancer des 2 dés. Pour cela, indiquer sous forme de fraction les probabilités manquantes sur l'arbre ci-dessous afin qu'il représente complètement la première épreuve (le premier lancer du dé) :



I.3.b - Il faudrait maintenant compléter cet arbre pour représenter l'ensemble des 2 épreuves successives. Si on a obtenu $r = 0$ au premier lancer, on peut obtenir $q = 0$, 1, 2, 3, 4 et 5 au second ; même chose si $r = 1$, etc. Combien y a-t-il en tout de chemins dans l'arbre qu'il faudrait dessiner ?

I.3.c - Comme il y a trop de chemins, on en a dessiné seulement 3 ci-dessous. Ajouter les probabilités qui manquent.



I.4 - Quelle est la probabilité pour que $n = 6$? que $n = 15$? que $n = 35$? Écrire vos résultats dans le tableau ci-dessous :

Tableau 2

En fait, il est évident que tous les chemins ont la même probabilité, à savoir 1/36. Par conséquent, on peut affirmer que tous les nombres du tableau 1 avaient la même probabilité d'être tirés. Comme, de plus, ils proviennent d'expériences indépendantes les unes des autres, on dit que c'est un *tableau de nombres au hasard entre 0 et 35*.

II – On rappelle que notre but est de fabriquer une table de 100 chiffres au hasard (les chiffres sont les 0, 1, …, 9).

II.1 - Recopier sur la « feuille de la classe », ligne par ligne, les tableaux 1 obtenus par les élèves. Cela donne un tableau que nous appellerons « tableau 4 » à 10 colonnes.

II.2 – Quelle proportion de nombres entre 0 et 9 y a-t-il dans ce tableau ? Cette proportion vous paraît-elle normale ?

II.3 – Recopier les nombres du tableau 4 qui sont compris entre 0 et 9 dans le tableau suivant (on pourra remplir ligne par ligne ou colonne par colonne et on s'arrêtera quand ce tableau sera plein, si ce cas se produit).

Table de chiffres au hasard

II.4 - Expliquer pourquoi ce tableau est un tableau de chiffres au hasard (comme ils proviennent d'expériences aléatoires indépendantes, il suffit d'expliquer pourquoi ils avaient, avant d'être tirés, la probabilité 1/10 de sortir).

II.5 – Pouvait-on prévoir combien de nombres au hasard entre 0 et 35 il fallait engendrer pour obtenir exactement 100 chiffres au hasard par ce procédé ?