



Calcul approché d'une aire par la méthode de Monte-Carlo

TS

On calcule approximativement l'aire d'un ovale dans un cas qui ne se ramène pas à une recherche de primitives en utilisant la méthode de Monte-Carlo basée sur des tirages au hasard et indépendants de points dans un rectangle contenant l'ovale ; on compare le résultat avec celui que donne une calculatrice programmable.

Intérêt pédagogique : Activité très élaborée (un peu de géométrie (calculs de distance), de calcul des probabilités (loi des grands nombres, stabilisation des fréquences) et d'algorithmique) et intéressante (la méthode de Monte-Carlo est une célébrité). Elle fait intervenir une convergence assez lente, ce dont les élèves devraient se rendre compte.

Objectifs :

Objectif 1 : L'étude doit permettre de montrer les points aléatoires qui tombent dans la surface et à l'extérieur, dans le rectangle qui la contient.

Objectif 2 : Appréciation de la qualité et de la vitesse d'une approximation ; entraînement à la programmation à la calculatrice ; simulation.

Auteur : Raymond Moché

Statut : Activité clef en main

Déroulement : de 1h à 1h30, en salle de classe, voir la « Fiche Professeur ».

Matériel :

matériel enseignant : En classe, calculatrice avec dispositif de projection ; un ordinateur équipé d'un logiciel de calcul numérique du type « scilab » et un vidéoprojecteur seraient utiles, sans être indispensables.

matériel élève : Calculatrice programmable.

Documents proposés : « Fiche Élève » (pdf), « Fiche Professeur » (pdf), « CalculsProf » (algorithme « scilab », format sce).

Prérequis :

savoirs : Cours d'analyse : étude d'une fonction ; cours de Calcul des probabilités : loi uniforme sur un intervalle, stabilisation des fréquences.

savoir-faire : Réalisation d'un programme court sur une calculatrice ; calcul d'une intégrale à la calculatrice.

Niveau de l'activité : Soutenu.

Commentaires : Les suites de la stabilisation des fréquences convergent lentement. Comme les calculatrices ne permettent d'engendrer que des échantillons très courts, le professeur pourra re-traiter le problème à l'aide du fichier « scilab » joint. Cet algorithme n'est pas optimisé, mais on peut tirer 100000 points sans problème si on a un peu de temps. Il est suggéré de tirer 10000 points ($N=10000$) et de représenter seulement les 100 premiers ($n=100$). La démonstration peut se faire en classe si on a le matériel nécessaire. Elle est accablante pour les calculatrices, évidemment.

Remerciements : Remerciements à Pierre Lapôtre pour son aide

Correspondance avec les instructions officielles :

Compétences mises en oeuvre : utilisation de la calculatrice ou de l'ordinateur ; cours d'analyse et de calcul des probabilités de TS.

Références

1. Programme de l'enseignement des mathématiques en classe terminale de la série scientifique, BO n°4 du 30 août 2001, Hors-série
<http://www.education.gouv.fr/bo/2001/hs4/default.htm>
2. Article de Wikipedia : Méthode de Monte-Carlo
http://fr.wikipedia.org/wiki/Methode_de_Monte-Carlo

