



Jeu de boules à deux coups

Fiche élève

3e

Auteur : Raymond Moché

1 – On tire une boule au hasard dans un sac contenant 3 boules noires et 4 boules rouges, ces 7 boules étant indistinguables au toucher. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre pondéré sur la « Feuille de rédaction ».

Dans la suite, on s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante à 2 épreuves : on commence par tirer une boule au hasard dans un sac qui contient 2 boules indistinguables au toucher et numérotées respectivement 1 et 2. Si on sort la boule 1, on la remet dans le sac avec une autre boule identique marquée 1 ; au contraire, si on sort la boule 2, on la remet dans le sac avec 2 autres boules identiques marquées 2.

Ceci étant fait, on tire de nouveau une boule au hasard dans le sac qui contient maintenant 3 ou 4 boules, suivant le résultat du premier tirage.

2 – Représenter cette succession de 2 tirages au hasard par un arbre pondéré sur la « Feuille de rédaction ».

3 – On représente le résultat de ces deux tirages par un couple (i, j) où i est le résultat du premier tirage et j le résultat du second. Par exemple, l'événement $(1, 2)$ est l'événement : « on a sorti la boule marquée 1 au premier tirage et une boule marquée 2 au second ».

Quels sont tous les résultats possibles de l'expérience aléatoire à deux épreuves ?

4 – Événement $(1, 1)$: Pour évaluer les probabilités des résultats possibles, nous allons simuler 2000 fois l'expérience aléatoire à deux épreuves. Ouvrir le classeur « Calculs ». Vérifier qu'aucun outil de calcul n'est activé (voir « Outils>Contenu des cellules »).

4.a – Simulation de la première épreuve : Dans la cellule A3, on a placé un nombre choisi au hasard entre 1 et 2 avec la probabilité $\frac{1}{2}$. Prendre connaissance de la fonction utilisée. Dérouler la formule jusqu'à la cellule A52, puis la colonne obtenue jusqu'à la colonne AN. Exécuter les calculs à l'aide de l'outil « Recalculer » (« Outils>Contenu des cellules>Recalculer »). Nous venons de simuler 2000 fois le premier tirage.

4.b – Simulation de la deuxième épreuve : Dans la cellule A56, on a placé le numéro de la boule tirée au hasard lors du deuxième tirage (de la première expérience), le contenu du sac ayant été préalablement modifié en tenant compte du résultat du premier tirage (de la première expérience) contenu dans A3, comme l'énoncé l'indique. Compléter les 2000 tirages de la deuxième épreuve comme on l'a fait précédemment pour la première épreuve. Les résultats des deux tirages de la deuxième expérience sont contenus dans les cellules A4 et A57, les résultats de la 51ème expérience dans B3 et B56, etc.

4.c – Codage des réalisations de l'événement $(1, 1)$: On a placé dans la cellule A109 le nombre 1 si l'événement $(1, 1)$ a été réalisé lors de la première expérience (cellules A3 et A56), le nombre 0 sinon. Puis, on a complété comme précédemment le codage de la réalisation de $(1, 1)$ lors des 1999 répétitions suivantes de l'expérience. *Le codage étant programmé, il s'est fait automatiquement, ainsi que tous les calculs qui suivent*. Vérifier à la main le codage des 50ème et 153ème répétitions de l'expérience.

4.d - Effectifs : On a placé dans la cellule A162 le nombre de réalisations de $(1, 1)$ lors des 50 premières répétitions de l'expérience aléatoire. Prendre connaissance de la fonction utilisée. On a ensuite déroulé la formule jusqu'à AN162 pour obtenir successivement le nombre de réalisations de $(1, 1)$ lors des 100 premières répétitions de l'expérience (B162), lors des 150 premières répétitions (C162), des 200 premières répétitions (D162), etc.

4.e – Fréquences : Vérifier que les fréquences correspondantes de réalisation de $(1, 1)$ ont été correctement calculées (de A164 à AN164). Le graphe de l'évolution des fréquences de réalisation de $(1, 1)$ apparaît

automatiquement. Que remarque-t-on ? Répondre sur la « Feuille de rédaction ». Reporter la fréquence de réalisation de (1,1) au bout de 2000 répétitions de l'expérience aléatoire dans le tableau de cette feuille.

5 – Événements (1,2) (2,1) et (2,2) On répète ensuite les questions 4.c, 4.d et 4.e successivement pour les événements (1,2), (2,1) et (2,2). Lire la fréquence de réalisation de chacun de ces événements au bout de 2000 répétitions de l'expérience aléatoire ; reporter ces fréquences dans le tableau de la « Feuille de rédaction ».

6 – Recommencer deux fois la simulation de 2000 répétitions de l'expérience aléatoire et tous les calculs précédents (à l'aide de la touche F9). Lire les fréquences de réalisation de (1,1), (1,2), (2,1) et (2,2) au bout de chacune des 2000 répétitions ; reporter ces valeurs dans le tableau de la « Feuille de rédaction ».

7 – Terminer le remplissage du tableau. Que remarque-t-on ? En déduire une règle concernant la probabilité d'un chemin et les probabilités rencontrées le long de ce chemin.

8 - On admet cette règle. Quelle est la probabilité « p » de sortir 1, respectivement la probabilité « q » de sortir 2, à la deuxième épreuve ?

