Premier contact avec le hasard 3e

Fiche professeur

Auteur : Raymond Moché

<u>But de l'activité</u> : Amener les élèves à réfléchir sur le hasard (notions de résultat possible d'une expérience aléatoire, d'imprévisibilité et d'indépendance ; on ne parle pas de probabilité dans cette activité).

<u>Compétences engagées :</u>

- ✔ néant

<u>Pré-requis :</u>

- ✔ Notions d'effectif et de fréquence.

<u>Matériels utilisés :</u>

3 dés, un gobelet, un plateau (seul un dé est indispensable)

<u>Durée indicative :</u> 1 heure.

<u>Nom des logiciels utilisés :</u>

- ✔ néant

<u>Documents utiles à télécharger :</u>

« Fiche élève », « Feuille des tableaux », « Fiche professeur ».

<u>Déroulement de la séance</u> :

Il faut lancer un dé 120 fois de suite. Il est intuitivement évident – cela peut être l'objet d'une discussion collective – qu'il revient au même de lancer trois dés simultanément quarante fois de suite. On voit que l'on peut donc aller assez vite si l'on dispose de deux plateaux, de deux gobelets et de six dés (par exemple). Il est important que les élèves, seuls ou par deux, lancent le dé un certain nombre de fois. Mais lancer 120 fois un dé ou 40 fois 3 dés ou … est long. C'est au professeur d'imaginer comment cela peut se faire et comment collecter les résultats expérimentaux.

<u>Solution et commentaires</u> (qu'on peut lire à la rigueur) :

Normalement, le thème du hasard n'est pas étranger aux élèves. En effet, ceux-ci connaissent, outre des jeux de hasard, la lecture aléatoire de morceaux de musique qui pourrait donner lieu à une activité analogue à celle-ci, à condition de connaître précisément le programme de calcul du logiciel utilisé (permet-il des répétitions par exemple ?).

L'activité proposée ici n'est pas une activité mathématique au sens strict ; c'est plutôt un exercice de bon sens, en introduction au cours sur le Calcul des probabilités de Troisième. On pourrait imaginer que chaque question est débattue collectivement avant que chaque élève rédige sa solution.

1 – Le dé doit bien rouler avant de s'arrêter.

1.a - On ne peut pas prévoir le résultat du premier lancer. C'est ce que nous apprend notre expérience. Le résultat du lancer d'un dé est totalement *imprévisible*.

Nos 10 premiers lancers ont donné les résultats suivants (une autre personne aurait peut-être obtenu, ce n'est pas sûr, des résultats différents) :

Tableau 1

5											
4											
1											
5											
4											
1											
6											
4											
1											
6											

1.b – Quand on relance le dé, on a d'abord agité le gobelet. On peut dire que cela *efface l'influence* que pourraient avoir les résultats précédents et que l'on se remet exactement dans les *mêmes conditions* que la première fois. Ainsi, on répète la *même expérience* aléatoire *indépendamment* de celles qui ont eu lieu avant. On peut seulement dire que le résultat sera un nombre entre 1 et 6.

Quand on lance le dé, ce qui s'est passé avant n'intervient pas. Les résultats des différents lancers sont <u>indépendants</u>, c'est à dire qu'ils ne dépendent pas les uns des autres. La notion d'*indépendance* est facilement comprise. Nous l'avons en naissant. Dans la vie de tous les jours, quand quelqu'un dit « cela n'a rien à voir », il parle d'événements qui seraient, selon lui ou elle, indépendants. La hausse du prix du pétrole et l'inflation, par exemple, ne sont pas des événements indépendants, mais au contraire des événements dépendants.

1.c - Voir 1.b. Le fait d'avoir obtenu 9 fois le 6 est purement fortuit. Cela ne signifie pas que le dé (supposé non truqué) à une disposition particulière à sortir le 6.

Insistons : il est tout à fait possible de sortir 9 fois de suite le chiffre 6. Cela ne donne *aucune indication* sur le coup suivant qui donnera un résultat entre 1 et 6, c'est tout ce que l'on peut dire (au sujet des résultats possibles). Cette question devrait gêner les élèves et les faire réfléchir à l'indépendance des lancers.

1.d – Nous avons obtenu le tableau suivant :

Tableau 1

5	3	1	2	6	2	2	3	3	5	2	3
4	1	5	6	2	5	4	6	2	6	5	2
1	6	4	2	1	4	5	2	4	2	6	3
5	4	1	2	3	5	6	2	4	1	3	3
4	3	1	4	1	2	3	6	1	3	4	2
1	5	1	3	2	4	4	2	3	1	4	5
6	5	6	5	3	1	6	2	6	2	4	1
4	3	2	3	3	4	3	5	2	1	5	6
1	6	1	1	2	1	3	1	3	5	3	4
6	4	5	5	1	5	1	4	5	6	3	2

2.a – La troisième ligne est obtenue en divisant la seconde par 120. Les notions d'effectif et fréquence sont supposées connues. Nous avons obtenu :

Tableau 2

Résultats	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Effectifs	22	22	22	19	19	16
Fréquences	0,18	0,18	0,18	0,16	0,16	0,13

2.b – La somme des fréquences du tableau 2 est 0,99. Comme la somme des effectifs est 120 et que l'on divise par 120, on aurait dû obtenir 1. La différence provient des erreurs d'arrondis. Si on avait utilisé des nombres fractionnaires au lieu de nombres décimaux à deux décimales, on aurait obtenu une somme exacte.

2.c – Si on sort 1 au cours des 20 premiers lancers du dé, puis 2 au cours des 20 lancers suivants, etc, on obtient le tableau 3. Remarquer que la somme des fréquences est 1,02 à cause des erreurs d'arrondi.

2.d - On obtient le tableau 4 quand on obtient 1 aux 120 lancers du dé. C'est la seule manière d'obtenir cette répartition d'effectifs.

Il ne faut pas s'égarer : la question est « est-ce possible ? » et la réponse est oui. Si on voulait obtenir cette répartition d'effectifs en lançant 120 fois le dé, on l'obtiendrait peut-être dès la première série de 120 lancers, peut-être jamais car cela pourrait durer tellement longtemps qu'on abandonnerait !

2.e – Oui. Par exemple, on peut sortir un 2 au premier lancer, puis 119 fois un 1 aux lancers suivants ou au contraire, sortir d'abord 119 fois 1 et finalement un 2.

Bien sûr, il y a 120 façons d'obtenir le tableau 5. Ce dénombrement est hors sujet. Remarquer que la ligne des fréquences des tableaux 4 et 5 sont identiques, uniquement à cause des arrondis. Si on utilisait plus de décimales ou des nombres fractionnaires, ils seraient différents. Le tableau 4 est exact ; le 5 est une approximation.

3.a - Deux cellules du tableau 1 et du tableau 6 de mêmes coordonnées contiennent les résultats de deux lancers indépendants du dé. Ces résultats étant <u>indépendants</u> sont sans relation. Il n'est donc pas surprenant que ces tableaux soient différents. Ceci dit, ils auraient pu être identiques.

3.b -

Tableau 7

Résultats	1	2	3	4	5	6
Effectifs	21	12	30	20	14	23
Fréquences	0,17	0,10	0,25	0,17	0,12	0,19

3.c – On constate que les lignes des fréquences des tableaux 2 et 7 sont différentes : c'est normal car les fréquences sont calculées à partir des effectifs, qui dépendent des résultats des lancers, qui sont différents parce qu'ils dépendent du hasard. <u>Ces fréquences dépendent donc du hasard</u>.

4 –

Tableau 8

Résultats	1	2	3	4	5	7
Effectifs	43	34	52	39	33	39
Fréquences	0,18	0,14	0,22	0,16	0,14	0,16

Les effectifs s'additionnent. Il y a évidemment deux manières de calculer les fréquences du tableau 8, comme demi-somme des fréquences des tableaux 2 et 7, ou en divisant les effectifs additionnés par 240.

5 – La répartition décrite dans le tableau 3 paraît idéale. En effet, si le dé n'est pas truqué, on sait bien que les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ont tous la même chance de sortir, ce qui veut dire que quand on lance 120 fois le dé, tous devraient sortir le même nombre de fois, c'est à dire exactement 20 fois. Les effectifs du tableau 3 étant égaux, les fréquences de la troisième ligne sont égales. Elles valent 1/6, soit approximativement 0,17. C'est la situation idéale.

Cette question peut servir de transition vers la notion de probabilité. Dire qu'idéalement les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 devraient sortir 20 fois sur 120 lancers, c'est dire que ces nombres ont tous une chance sur 6 de sortir, dans le langage courant. En langage mathématique, on dira que la probabilité de chacun de ces nombres est 1/6. Remarquons que la situation idéale ne s'est pas produite au cours des 2 répétitions de 120 lancers de dé que nous avons effectivement réalisées (tableaux 1 et 7). Cela est dû au hasard. Le hasard est un générateur de désordre.