



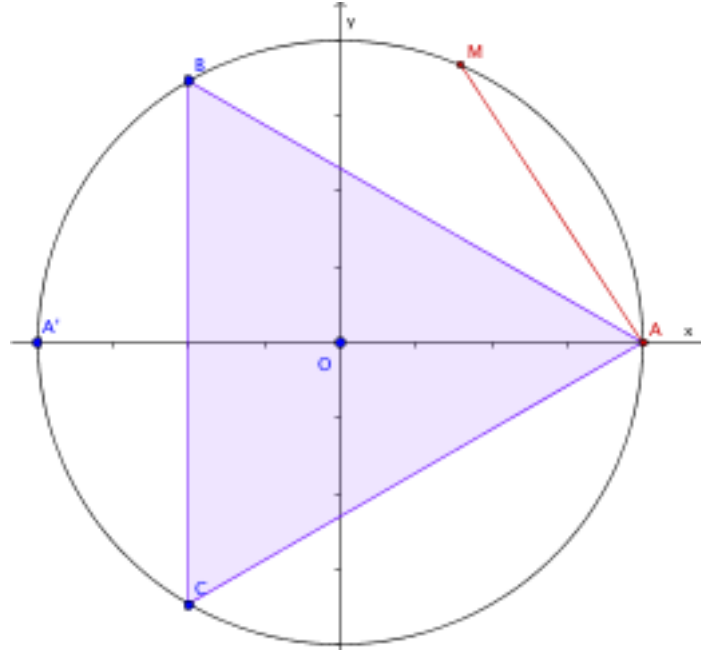
# Choisir un point au hasard sur un cercle

3e

Fiche élève

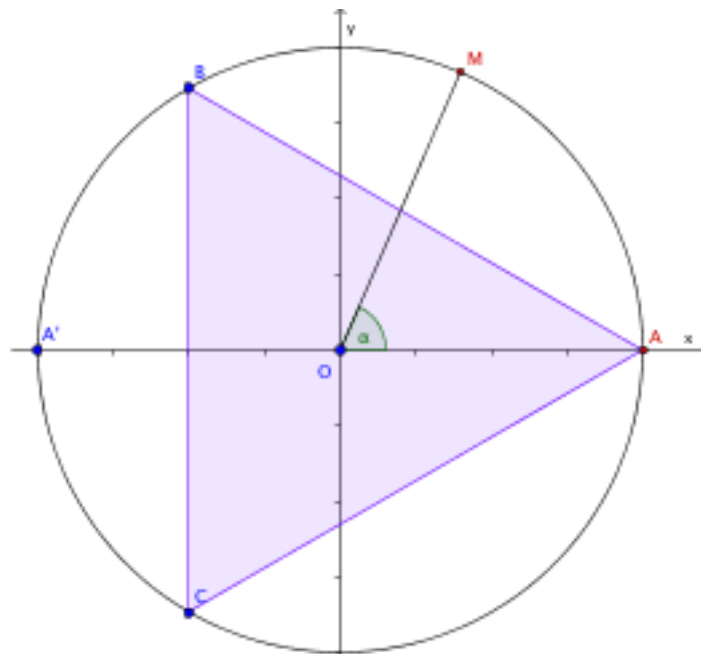
Auteur : Raymond Moché

On considère un triangle équilatéral ABC inscrit dans le cercle de centre O et de rayon 1 et une corde AM de ce cercle comme le montre la figure ci-dessous.



1 - Où doit se trouver le point M pour que la longueur de la corde AM soit strictement supérieure à la longueur du côté du triangle équilatéral ?

2 – On place maintenant le point M au hasard sur le cercle. Il suffit pour cela de choisir au hasard un nombre  $\alpha$  dans l'intervalle  $[0,360[$  et de placer sur le cercle le point M tel que l'angle AOM compté en degrés dans le sens direct soit égal à  $\alpha$ .



Dire que  $\alpha$  est choisi au hasard signifie que la probabilité pour que ce nombre aléatoire tombe dans un intervalle de longueur  $a$  est égale à  $a/360$ .

## Comparer les événements

$E =$  « la longueur de la corde AM est strictement supérieure à la longueur du côté AB »

et  $F =$  « le nombre aléatoire  $\alpha$  tombe dans l'intervalle  $]120,240[$  ».

Quelle est la probabilité  $p$  de l'événement E ?

3 – Simulation Admettons que la formule insérée et exécutée en B9 simule une valeur de  $\alpha$  choisie au hasard dans l'intervalle  $[0,360[$ . Dérouler cette formule jusqu'à B1508 de manière à avoir 1500 simulations de  $\alpha$ .

Remarque Ces 1500 nombres ne sont pas vraiment aléatoires, c'est à dire tirés au hasard (un ordinateur est incapable de faire cela), mais peuvent être *considérés* comme des nombres au hasard. Ils se calculent à partir d'un nombre qui a été placé en A8 (nous avons choisi 123456789). Si on change la valeur de ce nombre et si l'outil « Calcul automatique » est activé (« Outils>Contenu des cellules>Calcul automatique »), tous les calculs se referont automatiquement et donneront de nouvelles simulations de  $\alpha$ .

4 – Pour chaque valeur simulée de  $\alpha$  de la plage B9:B1508, écrire dans la cellule immédiatement à droite les chiffres 1, 2 ou 3 suivant que  $0 \leq \alpha \leq 120$ ,  $120 < \alpha < 240$  ou  $240 \leq \alpha < 360$ . Peut-on pour cela utiliser la formule  $SI(\alpha \leq 120;1;SI(\alpha \geq 240;3;2))$  ? Cette formule a été insérée et exécutée en C9. La dérouler jusque C1508.

5 – Consulter la fonction NB.SI de l'assistant des fonctions. Utiliser NB.SI pour compter le nombre de réalisations de l'événement E depuis le début. La formule adéquate a été insérée et exécutée en D9. On reportera ces effectifs sur la plage D9/D1508.

6 – Numéroté les lignes du tableau en cours d'élaboration sur la plage E9/E1508 en déroulant la formule insérée et exécutée en F9.

7 – Calculer les fréquences successives de réalisation de l'événement E sur la plage F9/F1508.

8 – Le graphe de l'évolution des fréquences de réalisation de E apparaîtra automatiquement.

9 – Normalement, les fréquences devraient se rapprocher de  $1/3$  quand le nombre de tirages de  $M$  se rapproche de 1500. Mais l'écart peut être important. Par exemple, pour cette série de simulations, la dernière fréquence calculée est 0,35. Recommencer tous les calculs en remplaçant à la main le nombre saisi en A8 par le nombre obtenu en A1508, notée la dernière fréquence calculée automatiquement puis recommencer plusieurs fois. Vérifier que l'on obtiendra toujours des valeurs autour de  $1/3$ .