



# Énumérer les jours

Fiche élève

TS  
&  
SpéMath

Le but de cette activité est de numéroter les jours écrits dans l'ordre chronologique à partir du 1<sup>er</sup> mars 1700. Cette numérotation est un préalable à la solution de problèmes de la vie courante comme : quel jour êtes-vous né(e) ? combien y aura-t-il de vendredis 13 au 21<sup>ème</sup> siècle ? par quel jour commencera l'année 3000 ? *etc.*

Pour cela, il faut savoir que la France utilise le calendrier grégorien depuis 1582. Dans ce calendrier, l'écart entre la vraie année, appelée année tropique (durée d'une révolution complète de la Terre autour du Soleil, qui est à peu près égale à 365,24221935 jours) et 365 est compensé par l'introduction des années bissextiles. Les années bissextiles sont les années divisibles par 4 sans être divisibles par 100 et les multiples de 400. Par exemple 2000 et 2008 sont des années bissextiles, 2009 et 2100 n'en sont pas.

## Première partie : Nombre d'années bissextiles entre le (1,3,1700) et (j,m,a)

La notation (j,m,a) se comprend facilement. Par exemple, le 9 octobre 2009 se note (9,10,2009).

**1** - Calculer le nombre  $bis(n)$  des entiers de 1 à  $n$  ( $n$  : entier positif) qui sont divisibles par 4 sans être divisibles par 100 ou qui sont divisibles par 400.

*Indication* : Le nombre des multiples de 4 de 1 à  $n$  est  $[n/4]$  (partie entière de  $\frac{n}{4}$  ou quotient de la division euclidienne de  $n$  par 4).

**2** - Exemples : calculer  $bis(1700)$  ; combien y a-t-il d'années bissextiles de 1700 à 2008 ? de 1945 à 2009 ?

## Deuxième partie : Numérotation des jours à partir du 1<sup>er</sup> mars 1700

Notons  $N(j,m,a)$  le nombre de jours du (1,3,1700) à la date (j,m,a). Pour simplifier, on suppose désormais que  $a \geq 1701$ . On peut calculer  $N(j,m,a)$  en additionnant les nombres suivants :

- le nombre de jours du (1,3,1700) au (31,12,1700), soit

$$31+30+31+30+31+31+30+31+30+31=306$$

- le nombre de jours des années bissextiles de 1701 à  $a-1$ ,

- le nombre de jours des années non bissextiles de 1701 à  $a-1$ ,

- le nombre de jours du (1,1,a) au (j,m,a), noté  $NJ(j,m,a)$ .

**3** - Quelle formule donne  $N(j,m,a)$  en fonction de  $a$ , de  $NJ(j,m,a)$  et la fonction  $bis$  ?

**4.a** - Supposons que  $a$  soit une année bissextile. Écrivons la suite des nombres de jours des mois d'une année bissextile sous la forme

$$M = (31,29,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31) = (M_1, M_2, \dots, M_{12})$$

Calculer  $NJ(j,m,a)$  en fonction de  $M$  et des entiers  $j$  et  $m$ .

**4.b** - Même question si  $a$  n'est pas une année bissextile.

**5** - Rassembler les résultats précédents et écrire en langage naturel un algorithme qui affiche le numéro du jour (j,m,a) dans la liste des jours depuis le (1,3,1700) écrite dans l'ordre chronologique.

**6.a** - Traduire l'algorithme précédent sous une forme exécutable par votre calculatrice ou par le logiciel de calcul de votre ordinateur.

**6.b** - Vérifier que  $N(1,3,1700)=1$  ; calculer  $N(1,1,3000)$ ,  $N(1,1,3001)$ .

