



Introduction à la simulation en Troisième

3e

Fiche élève

Auteur : Raymond Moché

1.a - On va lancer un dé 60 fois de suite. Pour cela, on le met dans un gobelet qu'on agite avant de le lancer sur un plateau à rebord. Le dé va rouler sur le plateau avant de s'arrêter. On note le résultat et on recommence. On notera les 60 chiffres obtenus dans le tableau 1 de la Feuille de tableaux.

1.b - Remplir le tableau 2 en reportant sur la seconde ligne les effectifs de 1, 2, 3, 4, 5 et 6 obtenus précédemment, sur la troisième leurs fréquences.

1.c - Pourquoi dit-on que le tableau 2 est un résumé du tableau 1 ? Quelles informations ont été perdues ?

1.d - Si on recommence 60 lancers d'un dé, la troisième ligne sera toujours composée de 6 nombres entiers entre 0 et 60 dont la somme est 60. Y a-t-il une répartition idéale ?

Indication : Essayer de traduire en termes d'effectifs idéaux le fait que les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ont tous autant de chances de sortir les uns que les autres.

2.a - On joue maintenant à tirer au hasard une carte d'un paquet de 6 cartes composé de l'as (ou 1), du 2, du 3, du 4, du 5 et du 6 de carreau. On répétera ces tirages en procédant toujours de la même manière : quand une carte est tirée et qu'on a noté son numéro, on la remet dans le paquet et on le bat de nouveau. Bien sûr, le tireur et le manipulateur ne voient que le dos des cartes qui sont présentées de manière neutre. On fait 60 tirages. Noter les résultats de ces tirages dans le tableau 3, de haut en bas et de gauche à droite.

2.b - Peut-on dire que, comme dans le cas du lancer d'un dé, les résultats de chaque tirage sont imprévisibles et ne dépendent pas des tirages précédents ?

2.c - Remplir le tableau 4 en inscrivant sur la seconde ligne les effectifs de 1, 2, 3, 4, 5 et 6 du tableau 3 ; reporter les fréquences sur la troisième ligne.

2.d - Chaque carte a-t-elle autant de chances de sortir que les autres ? En déduire qu'il y a une répartition d'effectifs qui est plus remarquable que les autres. Laquelle ?

3.a - On a placé dans un sac opaque 6 boules indistinguables au toucher, numérotées de 1 à 6. Le jeu consiste à secouer le sac pour bien mélanger les boules, à plonger la main dans le sac, sortir une boule, noter son numéro et la remettre. On répète 60 fois ce tirage. Noter les chiffres obtenus dans le tableau 5.

3.b - Peut-on dire que, comme dans le cas du lancer d'un dé ou du tirage d'une carte, les résultats de chaque tirage sont imprévisibles et ne dépendent pas des tirages précédents ?

3.c - Remplir le tableau 6 en reportant sur la seconde ligne les effectifs de 1, 2, 3, 4, 5 et 6 obtenus précédemment ; inscrire les fréquences sur la troisième ligne.

3.d - Chaque boule a-t-elle autant de chances de sortir que les autres ? En déduire qu'il y a une répartition d'effectifs qui est plus remarquable que les autres. Laquelle ?

Conclusion : Quand on lance un dé, que l'on tire une carte ou une boule dans les conditions précisées ci-dessus, les résultats possibles sont les mêmes : ce sont les nombres 1, 2, 3, 4, 5 et 6 ; de plus, dans les 3 cas, ces nombres ont autant de chances de sortir que les autres. On peut dire que ces 3 expériences aléatoires sont identiques.

4 – *Simulation* : Si on voulait tirer 1000 fois de suite une carte comme précédemment, ce serait très long. On peut remplacer cette expérience aléatoire fastidieuse par 1000 lancers d'un dé sans changer le problème, parce que c'est plus rapide. Mais c'est encore trop long. La solution consiste à simuler ces tirages ou ces lancers à l'aide de certaines fonctions d'un tableur.

4.a – Ouvrir le fichier Tableau de simulation à la feuille 1. Ouvrir l'assistant fonctions et lire la notice de la fonction ALEA.ENTRE.BORNES. Cette fonction produit un nombre au hasard entre 1 et 6 exactement comme si on lançait un dé ou si on tirait une carte ou une boule comme ci-dessus. On dit qu'elle simule le lancer d'un dé (ou le tirage d'une boule ou d'une carte). Placer le résultat du premier lancer en A3 en validant l'instruction

=ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)

puis lancer 119 fois le dé en déroulant l'instruction précédente de la cellule A3 à la cellule F22. On obtient ainsi un tableau de simulation.

Commentaire : En quelques secondes, nous avons simulé 120 lancers d'un dé ou 120 tirages de cartes ou de boules !

4.b – Nous allons maintenant calculer les effectifs et les fréquences des 1, 2, 3, 4, 5 et 6 du tableau de simulation. Ouvrir l'assistant fonctions et prendre connaissance de la notice de la fonction NB.SI. On voit que le rôle de cette fonction est justement de compter les effectifs. Placer l'effectif des 1 du tableau précédent dans la cellule A27 en validant l'instruction

NB.SI(A3:F22;1)

Remplir ensuite les cellules de B27 à F27 avec les effectifs de 2, 3, 4, 5 et 6. On pourra vérifier que la somme des ces effectifs est 120 en faisant le calcul que l'on reportera à la cellule H27/I27 (fusion des cellules H27 et I27).

4.c - Calculer les fréquences correspondantes dans les cellules A32 à F32 et vérifier que leur somme est 1 à la cellule H32/I32.

Commentaire : On aurait pu simuler aussi vite 1000 lancers d'un dé ou 5000 tirages d'une carte alors que c'est impossible à faire à la main, parce que ce serait trop long.

5 – Finalement, nous disposons des tableaux 1, 3 et 5 et du tableau de simulation. On peut considérer qu'ils représentent tous 60 répétitions d'une même expérience aléatoire. Ces tableaux sont différents. Est-ce que cela pose problème ?