La punaise : probabilités en Troisième

Fiche professeur

3e

Auteur : Raymond Moché

<u>But de l'activité :</u> <u>Illustrer</u> l'approche fréquentiste des probabilités par la détermination approximative de la probabilité qu'une punaise retombe sur la pointe (cas classique où l'on ne peut pas faire état de considérations de symétrie ou de comparaison : cette probabilité est inconnue et il n'existe <u>aucun</u> moyen de la connaître). Les données expérimentales sont fournies.

<u>Compétences engagées :</u>

- ✔ Approche fréquentiste des probabilités (la fréquence de réalisation de l'événement approche sa probabilité).
- ✔ Utilisation d'un tableur-grapheur : créer un graphique à partir des données d'une feuille de calcul, savoir l'interpréter.

<u>Pré-requis :</u>

- ✔ Notion d'effectif, de fréquence
- ✔ Utilisation d'un tableur-grapheur : insérer une formule dans une feuille de calcul, la dérouler.

<u>Matériels utilisés :</u>

- ✔ Une punaise et un gobelet.
- ✔ Classe informatique.
- ✔ Un vidéo-projecteur (pas indispensable)

<u>Durée indicative :</u> Une heure.

<u>Nom des logiciels utilisés :</u>

- ✔ Suite bureautique de OpenOffice.org (l'adaptation du classeur à d'autres tableurs-grapheurs comme Excel peut prendre un peu de temps).

<u>Documents utiles à télécharger :</u>

- ✔ Pour les élèves : Fiche élève (odt ou pdf) à imprimer, Feuille de calcul (ods) à télécharger.

<u>Remarques</u>

- Cette activité est un grand classique. Lancer 900 fois une punaise est très fastidieux. Bien sûr, utiliser une punaise d'un autre modèle de punaise donnerait des résultats différents. Relancer la même punaise 900 fois donnerait aussi des résultats différents, mais la valeur de p obtenue finalement serait sans doute assez voisine.
- Il y a dans la littérature très peu d'exemples de détermination de la probabilité d'un événement quand elle n'est pas évidente a priori. On peut quand même imaginer d'autres cas comme tailler un bloc de craie ou de bois en forme de polyèdre irrégulier, numéroter ses faces et déterminer les probabilités correspondantes.
- Les fichiers sources sont mis en ligne afin que le professeur puisse les modifier s'il le désire
- Dans cette activité, nous calculons les effectifs et fréquences de 1 (code de la réalisation de l'événement « La punaise s'est immobilisée sur la pointe ») au bout de 30 lancers, de 60 lancers, etc. Cela complique un peu les choses (très peu). L'avantage est que l'on peut voir les tableaux en entier sur l'écran car ils sont plus petits. L'inconvénient est que l'on obtient des tracés d'apparence assez différente de ceux du « Projet de document d'accompagnement ». Se reporter à la feuille 2 du classeur « Calculs » destinée aux professeurs. Les calculs et le tracé sont faits entièrement et montrent bien ce que l'on demande aux élèves.
- Nous avons ajouté dans cette feuille 2 le graphe de l'évolution de la fréquence de 1 quand on la calcule après <u>chaque lancer</u> au lieu de la calculer <u>tous les 30 lancers</u>. C'est un peu plus simple. Le tracé obtenu est plus conforme aux attentes, mais c'est en réalité trompeur (il est très instructif de faire varier l'échelle ou la taille des points représentatifs). Il donne une grande impression de stabilisation alors que 900 est un nombre de lancers trop petit si l'on se réfère aux résultats théoriques. De plus, cela amène à manipuler de grands tableaux que l'on ne peut pas voir d'un seul coup (il y a 3 colonnes de 900 termes). Le professeur choisira peut-être de montrer à ses élèves ces calculs et ce tracé, à l'aide d'un vidéo-projecteur.
- Le premier graphe des fréquences est contenu dans le second (graphe des fréquences calculées après chaque lancer). Il suffit d'en extraire les points d'abscisses 30, 60, etc.

<u>Déroulement de la séance :</u>

- Le professeur lance plusieurs fois sur un plateau une punaise placée dans un gobelet pour montrer à ses élèves que la punaise peut s'immobiliser sur la pointe ou sur le dos et que ceci est le fait du hasard.
- Il peut ajouter que le gobelet étant agité avant chaque lancer, les coups sont indépendants (bien que la notion d'indépendance soit complètement absente du programme) et qu'il s'agit toujours de la même expérience aléatoire

répétée. Ce cadre étant fixé, les élèves ouvrent le classeur « Calculs » à la feuille 1 et répondent aux questions de la « Fiche élève ».

- Le professeur devra sans doute expliquer la fonction NB.SI (comptage d'effectifs) (question 2.a) ainsi que l'insertion d'un graphique (question 4), ou renvoyer ses élèves à l'assistant des fonctions et à l'assistant graphique.
- L'essentiel de l'activité est la question 5.

Solution

1 - C'est difficile : il n'est même pas évident qu'il y a plus de 1 que de 0. Proposons p=0,5.

2.a – La formule à insérer en A36 est donnée. Le signe $$ dans A3 bloque la cellule de départ A3 quand on déroule cette formule, ce qui a pour effet de cumuler les effectifs par colonne depuis la première quand on s'arrête à la fin de l'une d'elles. La cellule AD36 par exemple contient le nombre total de 1.

2.b et 2.c – Ces questions sont faciles. Les élèves ne font évidemment aucun calcul à la main.

3 – Il faudra sans doute aider les élèves pour la représentation graphique. On constate que la fréquence devient presque constante et égale à 0.55 quand le nombre de lancers pris en compte devient « grand ». C'est le phénomène de stabilisation de la fréquence.

4 – Normalement, les élèves ont déjà « découvert » que l'on pouvait utiliser la stabilisation des fréquences pour estimer la probabilité connue d'un événement. Voir par exemple « Approche fréquentiste de la probabilité en 3ème (1) »

http://irem-old.univ-lille1.fr/activites/article102.html

Les élèves doivent comprendre que cette estimation est un nombre aléatoire : elle est calculée à partir des résultats expérimentaux qui ont dépendu du hasard. Il n'y a pas non plus d'estimation de l'erreur. C'est assez compliqué et au mieux, on aura une réponse du genre : la probabilité que la punaise s'immobilise sur la pointe se trouve dans tel intervalle en application d'une procédure (intervalle de confiance) qui a telle probabilité d'être exacte.

4.a - On propose 0,55 qui est la dernière fréquence calculée (celle qui utilise l'ensemble des résultats expérimentaux).

4.b - 1-0,55=0,45 !

4.c, 4.d et 4.e – La valeur choisie pour p n'est pas sa valeur exacte car c'est un nombre aléatoire alors que p est un nombre bien déterminé (tout en étant inconnu). Si on recommençait les 900 lancers, on trouverait sans doute un nombre différent mais assez voisin. On ne peut se contenter de 30 ou 60 lancers parce que l'on voit que le début du graphe est très chaotique car il <u>dépend fortement du hasard</u>, ce qui implique que la valeur approchée de p que l'on pourrait en déduire pourrait comporter une grande erreur. Ensuite, l'influence du hasard s'atténue car dans le calcul de la fréquence, on divise l'effectif de 1 par le nombre de lancers qui devient grand, ce qui atténue l'effet de l'accroissement du numérateur.

Si l'on se contentait de 30 lancers, on proposerait 0,43 comme valeur approchée de p ; avec 60 lancers, on proposerait 0,52.

Il n'y a aucun moyen de déterminer la valeur exacte de p.